Lycée Mezria	EXAMEN DE MATHEMATIQUES		
	Durée : 2 heures	A.S. : 2013/2014	Prof : M. Fethi
Section : ……		Devoir de Contôle n°1	

Exercice n°1 : (3 Pts)

Répondre pat vrai ou faux en justifiant la réponse.

1) Soit A, B et M trois points du plan tels que : $2(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) \equiv \pi[2\pi]$ alors $(AB)\perp(MB)$
2) Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\sin x = \frac{1}{2}$ alors $\cos x = \frac{1}{3}$
3) Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $m \in f(\mathrm{I})$ alors l'équation $f(x) = m$ admet une solution dans I.

Exercice n°2 : (5 Pts)

I) Soit $f(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$ où $a_0,\ a_1, \ldots, a_n$ des nombres réels non tous nuls et n un entier impair.
Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans IR.

II) On considère la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$

1) Déterminer D_f.
2) Montrer que f est continue sur $]1,2]$.
3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$
   b) Interpréter ce résultat.
4) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet au moins une solution $\in \left]\frac{3}{2}; 2\right[$.

Exercice n°3 : (4 Pts)

Le figure ($\mathscr{C}$) dans l'annexe ci-jointe donne l'allure d'un courbe représentative d'une fonction f .

1) Donner D_f.
2) f est-elle continue à droite en 1.
3) Calculer les limites suivantes :
   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
4) a) Etablir le tableau de variation de f en y notant les limites obtenus en 3).
   b) Interpréter les extrémums de f.

Exercice n°4 : (8 Pts)

I) On donne $f(x) = \sin 2x - 2\sqrt{3}\, sin^2 x$

1) a) Montrer que $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.
   b) En déduire que $f(x) = 4\sin x.\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.
2) Soit $g(x) = \cos 2x - \frac{1}{2}$

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

a) Calculer $g\left(-\frac{\pi}{12}\right)$.

b) Montrer que $g(x) = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right).\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$.

c) En déduire que $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

II) Le plan et orienté dans le sens direct.

Dans la figure ci-contre A, B et C sont trois points d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O.

On se propose de montrer que : $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) \equiv 2\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$

1) Montrer que $\left(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}\right) \equiv \pi\text{-}2\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CO}\right)[2\pi]$.

2) En déduire que $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{CO}\right) \equiv 2\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CO}\right)[2\pi]$.

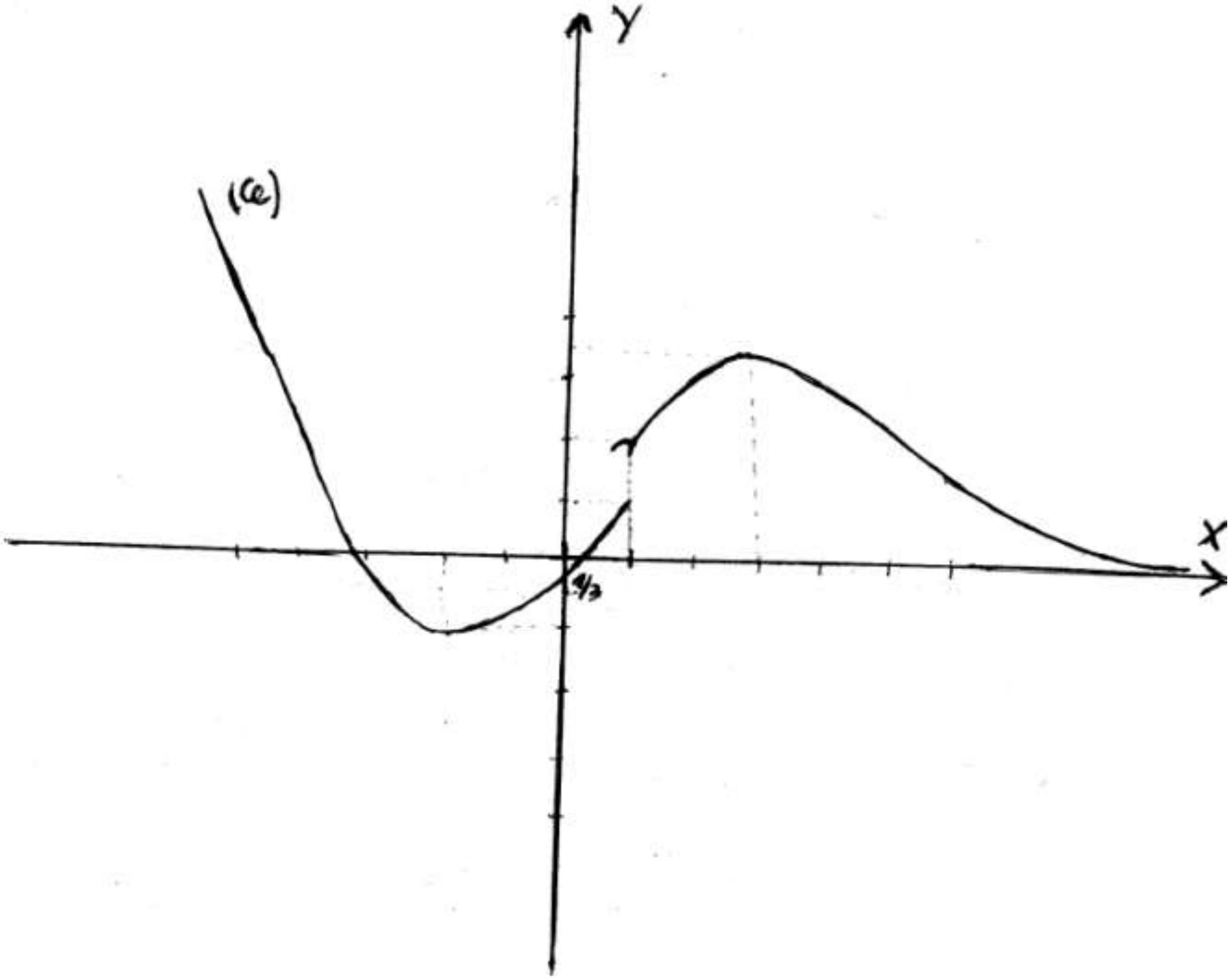
3) Montrer que $\left(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}\right) \equiv \pi - 2\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CO}\right)[2\pi]$.

4) En déduire que $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{CO}\right) \equiv 2\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CO}\right)[2\pi]$.

5) En déduire d'après 2) et 4) que $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) \equiv 2\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right)[2\pi]$.

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

Annexe



Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux